SCILAB

1. Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$

Exercice 1. Calculer le 12-ième terme de (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 1}$.

```
u=1;
for k=1:12 do
    u=sqrt(u^2+1);
end;
disp(u)
```

Exercice 2. Calculer le 12-ième terme de (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{u_n^2+1}$.

```
u=1;
for k=1:12 do
    u=(u^2)/(u^2+1)
    disp(u)
end;
disp(u);
```

Exercice 3. Calculer le 12-ième terme de (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \ln(e + u_n^2)$.

```
u=1;
for k=1:12 do
    u=log(%e+u^2)
end
disp(u)
```

2. Calcul de sommes

Exercice 4. Calculer les sommes suivantes :

$$S_n = \sum_{k=1}^{123} \frac{1}{k}, \quad T_n = \sum_{k=1}^{12} \frac{1}{k^2}, \quad R_n = \sum_{k=1}^{14} \ln(k).$$

```
S=0;
for k=1:123 do
    S=S+1/k;
end
disp(S);
```

```
S=0;
for k=1:12 do
    S=S+1/(k^2);
```

Date: ECS1 2014.

```
end
disp(S)
```

```
S=0;
for k=1:14 do
    S=S+log(k)
end
disp(S)
```

Exercice 5. Calculer $12! = \prod_{k=1}^{12} k$.

```
F=1;
for k=2:12 do F=F*k;
end
disp(F);
```

3. Suites récurrentes imbriquées

Exercice 6. Soient u et v les suites définies par $u_0 = 1$, $v_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} u_{n+1} = 3u_n + 2v_n \\ v_{n+1} = 2u_n + 3v_n \end{cases}$$

(1) Montrer que $(u_n - v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite constante puis que u est une suite arithmético-géométrique.
(2) En déduire le terme général de u et v.
(3) Faire un programme qui demande n à l'utilisateur et affiche les valeurs de u_n et v_n.

```
u=1;
v=2;
n=input('n?');

for k=1:n do
    w=3*u+2*v;
    v=2*u+3*v;
    u=w;
end
disp(u,'un=',v,'vn=')
```

Exercice 7. Soit a et b deux réels vérifiant $b > a > 0$. On définit les deux suites u et v de la façon suivante :

$u_0 = a$, $v_0 = b$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n v_n} \qquad v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$$

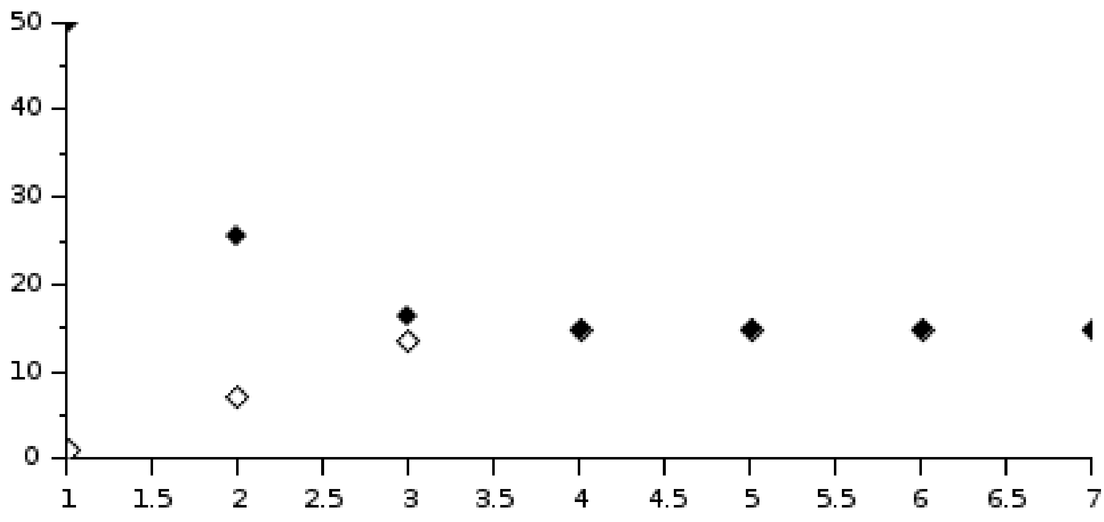
Faire un programme qui demande a, b et n à l'utilisateur et affiche les valeurs de u_n et v_n.

```
u=input('u0?')
v=input('v0?')
n=input('n?')

N=[1:n+1];
U=N;
V=N;
```

```
for k=1:n do
    w=sqrt(u*v);
    v=(u+v)/2;
    u=w;
end

disp(u,'u=',v,'v=')
```

Tracé des valeurs des termes des suites et visualisation de la propriété (u_n) et (v_n) sont adjacentes.

```
// Demande à l'utilisateur les paramètres.
u=input('u0?')
v=input('v0?')
n=input('n?')

// Création des listes d'abscisses et d'ordonnées.
N=[1:n+1];
U=N;
V=N;
U(1)=u
V(1)=v
// Calcul des valeurs de la suite et stokage dans les listes U et
for k=1:n do
    w=sqrt(u*v);
    v=(u+v)/2;
    u=w;
    U(k+1)=u;
    V(k+1)=v;
end

// tracé
clf()
plot2d(N,U,-5)
plot2d(N,V,-4)
```



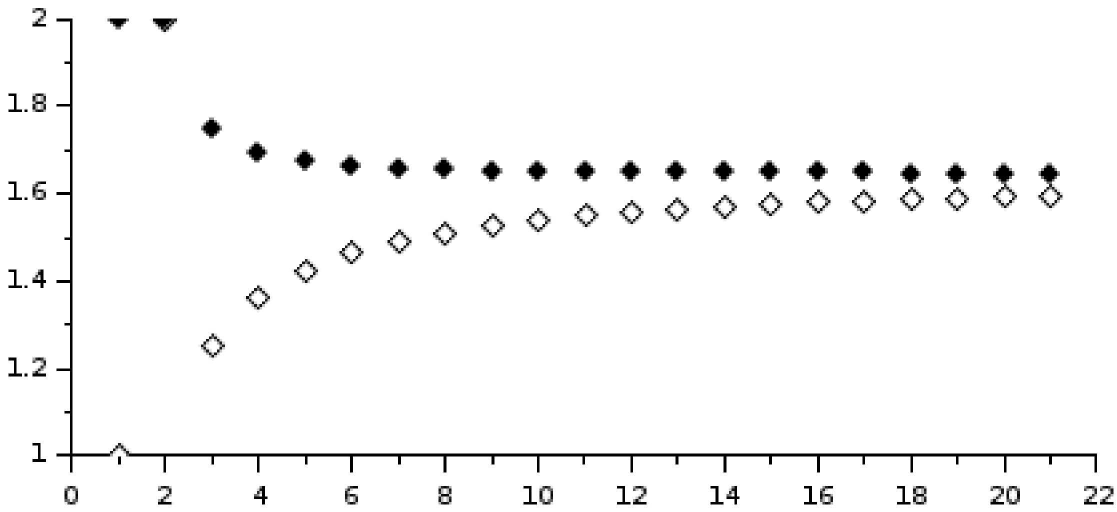
Exercice 8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$ et $S'_n = S_n + \frac{1}{n}$.

(1) Montrer que les suites S_n et S'_n sont adjacentes ((S_n) croissantes, (S'_n) décroissante et $\lim_{n\to+\infty} |S'_n - S_n| = 0$).

(2) Faire un programme qui demande n à l'utilisateur et affiche les valeurs de S_n et S'_n.

```
n=input('n?')
S=1;
T=2;
for k=2:n do
    w=S+1/(k^2)
    T=w+1/k
    S=w
end
disp(S,'S=',T,'T=')
```

et la visualisation



4. Suites récurrentes doubles

Exercice 9. On considère la suite (u_n) définie par

$$\begin{cases} u_0 > 0 \\ u_1 > 0 \\ \forall\, n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1}u_n} \end{cases}$$

Faire un programme qui demande n à l'utilisateur et affiche la valeur de u_n.

```
a=input('u0?')
b=input('u1?')
n=input('n?')

for k=1:n do
    c=b;
    b=sqrt(a*b);
    a=c;
end

disp(a,'a=',b,'b=')
```

Exercice 10. Soit (u_n) une suite définie par $\begin{cases} u_0, u_1 \in \mathbb{R} \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + (n+1) \end{cases}$.

(1) En utilisant la suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$, expliciter la suite (u_n).
(2) Faire un programme qui demande u_0, u_1 et n à l'utilisateur et affiche la valeur de u_n.

```
a=input('u0?')
b=input('u1?')
n=input('n?')

for k=1:n do
    c=b;
    b=2*b-a+k
    a=c
end;

disp(a,'a=',b,'b=')
```

5. Tracés de fonctions

Reprendre les tracés des fonctions données en cours.