SCILAB

1. Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$

Algorithme général du calcul de n-ième terme.

```
u=u0;
for k=1:n do
u=f(u)
end;
disp(u);
```

Exercice 1. Calculer le 12-ième terme de (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 1}$.

Exercice 2. Calculer le 12-ième terme de (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{u_n^2+1}$.

Exercice 3. Calculer le 12-ième terme de (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \ln(e + u_n^2)$.

2. Calcul de sommes

Algorithme général du calcul de $S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$.

```
S=0;
for k=1:n do
S=S+uk
end;
disp(S);
```

Exercice 4. Calculer les sommes suivantes :

$$S_n = \sum_{k=1}^{123} \frac{1}{k}, \quad T_n = \sum_{k=1}^{12} \frac{1}{k^2}, \quad R_n = \sum_{k=1}^{14} \ln(k).$$

Exercice 5. Calculer $12! = \prod_{k=1}^{12} k$.

3. Suites récurrentes imbriquées

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par $u_0, v_0 \in \mathbb{R}$ et

$$\left\{ \begin{array}{lcl} u_{n+1} & = & f(u_n, v_n) \\ v_{n+1} & = & g(u_n, v_n) \end{array} \right.$$

L'algorithme général est

```
u=u0
v=v0
for k=1:n do
w=f(u,v);
```

Date: ECS1 2014.

```
v=g(u,v);
u=w;
end;
disp(u);
```

Exercice 6. Soient u et v les suites définies par $u_0 = 1$, $v_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 3v_n \\ v_{n+1} = 3u_n + 2v_n \end{cases}$$

(1) Montrer que $(u_n - v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite constante puis que u est une suite arithmético-géométrique.
(2) En déduire le terme général de u et v.
(3) Faire un programme qui demande n à l'utilisateur et affiche les valeurs de u_n et v_n.

Exercice 7. Soit a et b deux réels vérifiant $b > a > 0$. On définit les deux suites u et v de la façon suivante :

$u_0 = a$, $v_0 = b$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n v_n} \qquad v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$$

Faire un prgramme qui demande n à l'utilisateur et affiche les valeurs de u_n et v_n.

Exercice 8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$ et $S'_n = S_n + \frac{1}{n}$.

(1) Montrer que les suites S_n et S'_n sont adjacentes.
(2) Faire un programme qui demande n à l'utilisateur et affiche les valeurs de S_n et S'_n.

4. Suites récurrentes doubles

On considère la suite (u_n) définie par $u0, u_1 \in \mathbb{R}$ et $u_{n+2} = f(u_{n+1}, u_n)$. Algorithme général : On pose $a_n = u_n$ et $b_n = u_{n+1}$. Alors la relation $u_{n+2} = f(u_{n+1}, u_n)$ devient

$$\begin{cases} a_{n+1} & = & b_n \\ b_{n+1} & = & f(b_n, a_n) \end{cases}$$

Exercice 9. On considère la suite (u_n) définie par

$$\begin{cases} u_0 > 0 \\ u_1 > 0 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = \sqrt{u_{n+1} u_n} \end{cases}$$

Faire un programme qui demande n à l'utilisateur et affiche la valeur de u_n.

Exercice 10. Soit (u_n) une suite définie par $\begin{cases} u_0, u_1 \in \mathbb{R} \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + (n+1) \end{cases}$.

(1) En utilisant la suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$, expliciter la suite (u_n).
(2) Faire un programme qui demande n à l'utilisateur et affiche la valeur de u_n.

5. Tracés de fonctions

Reprendre les tracés des fonctions données en cours.